

Informatik – Nebenfach Mathematik(IDP)

Prüfer

Prof. Peter Gritzmann
Dr. Rene Brandenburg

Fächer

- Computational Convexity (Optimale Containment Probleme) IDP

Fragen

1. Fach

P: Sie haben in ihrem Projekt (Berechnung von Zylinderradien) mit adaptiven Algorithmen gearbeitet. Erklären Sie, warum wir von den exakten Berechnungsmethoden schließlich auf adaptive Algorithmen gewechselt haben.

I: In unserem Projekt haben wir mit einer Kugelapproximation gearbeitet, welche uns gemäß unserer Fehlerschranke Richtungsvektoren geliefert hat. Mit dem adaptiven Ansatz konnten wir sehr viele Richtungsvektoren schon vorweg verwerfen und nur dort weitersuchen, wo es nötig war. Bei symmetrischen Körpern haben wir allerdings keine Möglichkeit aus dem adaptiven Ansatz einen Nutzen zu ziehen. Zudem gehen wir beim adaptiven Ansatz von einer schrittweisen Verfeinerung aus, das heißt das Problem zunächst nur grob berechnen und dann sukzessive Verfeinern.

P: Warum können wir nicht mit exakten Algorithmen vorgehen?

I: Algorithmen zur Bestimmung des Radius sind im Allgemeinen \mathbb{NP} -vollständig, schon die obere Beschränkung von allgemeinen äußeren Radien ist \mathbb{NP} -vollständig. Bei Zylinderradien im speziellen Fall gibt es aber ein Fully Polynomial Time Approximation Scheme. ALLerdings für die Praxis unbrauchbar.

P: CoreSets: Definition und Algorithmus.

I: Ein CoreSet S ist eine Teilmenge eines Polytops P , und enthält mit Fehler ϵ , $\left\lceil \frac{2}{\epsilon^2} \right\rceil$ Punkte. Ausserdem gibt es ein $c_s + \rho \mathbb{B}$ mit $\rho \leq (1 + \epsilon)R_d(P)$. Algorithmus aufgemalt. Und weiteren Algorithmus zur Bestimmung des Mittelpunkts c_i der i -ten Iteration. Zudem erklärt wie die Algorithmen zusammenarbeiten.

P: Warum sind Core Set Algorithmen interessant?

I: Naja wieder adaptiver Ansatz, zuerst sehr grobe Berechnung und weitere Verfeinerung.

P: Wie haben wir im Speziellen bewiesen, dass die Berechnung von Zylinderradien \mathbb{NP} -vollständig sind?

I: (Nach längerem Nachdenken) Wir haben eine polynomielle Transformation auf ein Problem namens ONE-SHOT gemacht.

P: Können Sie mir dieses Problem formal hinschreiben?

I: Ja. (Hingemalt) Wir suchen eine Linie, die alle Kugeln schneidet, falls es eine solche gibt.

P: Wie formuliert man das Problem der Normmaximierung mit Hilfe eines allgemeinen Containment Problems?

I: (Hingemalt)

P: Allgemeine Containment Probleme. Wie sind Sie definiert?

I: (Definition runtergeleiert)

P: Nun formulieren Sie mir die Normmaximierung mit Konstrukten aus diesen Containment Problemen?

I: (Hingeschrieben)

P: Wie ändert sich das, wenn wir den Umkugelradius berechnen wollen?

I: Hier kommt ein weiterer Faktor c hinzu, der den Mittelpunkt repräsentiert. (Formeln so umgestellt damit es passt).

P: Wir haben uns bei der Normmaximierung auf eine spezielle Gruppe von Polytopen beschränkt...

I: Ja Parallelootope und Zonotope.

P: Was für Eigenschaften haben Parallelootope.

I: Lemma 10.1 aus Skript runtergeleiert und hingeschrieben.

P: Wie wirkt sich das auf Core Sets aus?

P: (Mit ein paar Hinweisen) Aus Lemma 10.1 folgt, $r_1(P) = R_d(P)$. Durchmesser wird an den Ecken eines Polytops angenommen. Wenn wir die 2 Ecken ins Core Set aufnehmen, dann haben wir ein Core Set mit 2 Punkten, das exakt ist.

P: Satz von Helly und wo haben wir den gebraucht?

I: Satz von Helly erklärt und gesagt, dass der Umradius eines Polytops der größte Umradius der darin enthaltenen simplizes ist. erklärt wie das zusammenhängt (Beweisidee).

P: Warum hängen Normmaximierung und Berechnung des Umradius zusammen?

I: (Wusste nicht was er genau will. nach längerem Hin und Her hat er mir gesagt, dass Parallelootope symmetrisch bezüglich des Mittelpunktes des Umkugelradius sind). Dass Normmaximierung bei Kenntnis dieses Mittelpunkts und Berechnung des Umradius dann das selbe sind konnte ich ergänzen.

Bemerkungen

Die Prüfung war nicht einfach aber fair. Die Professoren Prof. Gritzmann und Dr. Rene Brandenburg waren sehr freundlich und es herrschte eine entspannte Atmosphäre. Am Ende wars dann eine 1.7, begründet dadurch, dass er mich bei Details erst auf die richtige Fährte locken musste, für das IDP insgesamt bekam ich eine 1.5 (komische Note ergibt sich aus den Regeln zur Benotung von IDPs). Befragt wurde ich von Rene Brandenburg, der auch Dozent bei der Vorlesung war. Prof. Gritzmann fungierte als Beisitzer.

Literatur

Skript: Computational Convexity von Rene Brandenburg