Hauptseminar Spieltheorie
Wintersemester 2005/06
Bayesian Games

Betreuer: Felix Fischer
Lehrstuhl Grundlagen der Künstlichen Intelligenz
Institut für Informatik
Technische Universität München
Boltzmannstrasse 3
D-85748 Garching

Bearbeiter: Manuel Mayr
Grasmeierstrasse 25
D-80805 München

22. Februar 2006

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

Die bisherigen Analysen von Spielen basierten allesamt auf der Annahme der perfekten Information der Spielteilnehmer. Wir haben also angenommen, dass die Spielteilnehmer sowohl über das Spiel als auch über ihr Gegenüber alles wissen, was für den weiteren Spielverlauf von Bedeutung ist. Das heißt, sie sind sowohl mit den Spielregeln vertraut, als auch mit den Präferenzen der Gegenspieler. Aus dieser perfekten Information, die jeder Spieler innehat resultiert, dass er leicht die `best-response`-Funktionen der gesamten Teilnehmerschaft berechnen kann und der Schnittpunkt aller Funktionen stellt dann auch das zu dem Spiel zugehörige Nash-Gleichgewicht dar.
In vielen Spielen gehört aber gerade dieses Wissen zu jenen Dingen, die nicht unmittelbar gegeben sind. So wissen zum Beispiel Auktionäre nicht, wie ihre Gegenspieler den Wert der Auktionsgegenstände einschätzen. Ein anderes Beispiel ist Cournot's Duopol Spiel, welches später noch genauer analysiert wird.

In Anbetracht dessen stellen die Bayesian Games also eine Generalisierung in der Modellierung der nativen Spiele mit perfekter Information dar, in der Wahrscheinlichkeiten den Einzug in das Modell finden. Sie sind ein Weg zur Modellierung von Spielen mit *unvollständiger Information*.

Teil I

Bayesian Games

Kapitel 1

Motivation

Paupertas novas artes docet.
(Armut schafft neue Künste)

So wie dieser einleitende Spruch schon anzudeuten versucht, hatten die bisher betrachteten Modellierungsmethoden ein Manko. Sie unterlagen der Einschränkung, Spiele unter dem Gesichtspunkt der perfekten Information modellieren zu müssen. Wie folgendes Beispiel zeigt, ist dies aber nur selten der Fall.

1.1 Kampf der Geschlechter

Dieses Beispiel lässt sich wohl am besten unter dem Begriff *Kampf der Geschlechter umschreiben.* Unsere beiden Spieler sind demzufolge ein Mann und eine Frau. Stellen wir uns folgendes Szenario vor: Es ist Samstag abend und in zwei Kinos laufen zur gleichen Uhrzeit die beiden neuesten Filme, *der Pate* und *Frühstück bei Tiffany.* Der Mann hat gegenüber seiner Angebeteten bereits erwähnt, dass er sich den *Paten* anschauen wolle, ist sich aber gar nicht sicher ob sie dieses Vergnügen mit ihm teilen will. Vor allem deswegen, weil sie lieber *Frühstück bei Tiffany* anschauen möchte. Da unser Freund sich bezüglich des Umstandes ob seine Angebetete ihn sehen möchte oder nicht unsicher ist, ordnet er den Präferenzen der Frau, je nachdem ob sie ihn sehen möchte oder nicht, verschiedene Wahrscheinlichkeiten zu. Um dies zu erledigen ist er auf seine Erfahrung angewiesen und da jeweils die Hälfte der Frauen auf seine Einladungen eingingen während die andere Hälfte diese ausschlugen, ist er gewillt diese Wahrscheinlichkeitsverteilung auf das Spiel anzuwenden.

Basierend auf diesen Fakten, kann der Mann also folgende Tabelle1.1 mit den Präferenzen der Spieler anfertigen.

Für den Mann liegen diese klar auf der Hand, seine Präferenzen sind natürlich

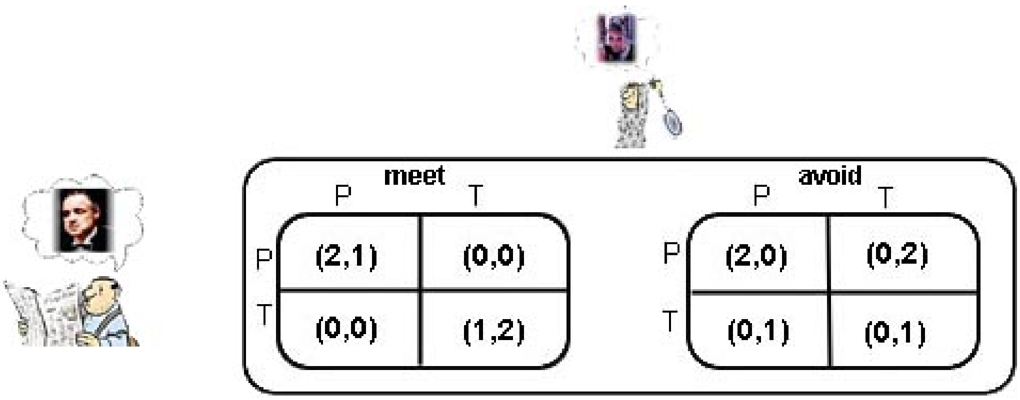

Abbildung 1.1: Der Mann ist unsicher ob die Frau ihn treffen will oder nicht.

genau dann am höchsten, wenn er in Gegenwart der Frau einen Film genießen kann. Aus seiner Sicht hat die Frau aber zwei mögliche Zustände. So repräsentiert die linke Tabelle die Präferenzen der Frau, wenn sie den Mann treffen möchte. In der linken Tabelle möchte sie ein Treffen mit dem Mann auf alle Fälle vermeiden. Die Zahlen, welche die Präferenzen repräsentieren nennen sich `Bernoulli-Payoffs`. Was es damit auf sich hat, werden wir später noch genauer sehen.
Um seinen effektiven Nutzen zu bestimmen, bezieht sich der Mann natürlich auf obige Tabelle und berechnet daraus seinen *erwarteten Nutzen.* Entschließt sich der Mann beispielsweise dazu den *Paten* zu sehen, so nimmt die Frau, falls sie ihn sehen möchte, auch den *Paten* und erreicht dadurch einen maximalen Nutzen. Will sie ihn aber nicht sehen so wählt sie *Frühstück bei Tiffany.* Der Nutzen für den Mann ergibt sich also durch $\frac{1}{2} * u_1((P,P), meet) + \frac{1}{2} * u_1((P,T), avoid)$. Die Tabelle mit dem erwarteten Nutzen des Mannes findet sich in 1.2.
Für diese Situation definieren wir das Nash-Gleichgewicht wie folgt für den Mann und für jeden Zustand der Frau, sodass

- die Aktion des Mannes ist optimal bezüglich den beiden Zuständen der Frau (basierend auf dem Glauben des Mannes)
- die Aktion jedes Zustandes der Frau ist optimal bezüglich der Aktionen des Mannes.

	(P,P)	(P,T)	(T,P)	(T,T)
P	2	1	1	0
T	0	1/2	1/2	1

Abbildung 1.2: Der erwartete Nutzen des Mannes.

Das Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel ist das Aktionsprofil $(P, (P, T))$, wie man leicht überprüfen kann. Die erste Komponente des Tupels ist die Aktion des Mannes und die zweite Komponente sind die Aktionen der Frau, für jeden Zustand eine.

Kapitel 2

Formale Definition der Bayesian Games

Ein strategisches Spiel mit *unvollständiger Information* nennt man also ein *Bayesian Game*.

Ein Bayesian Game besteht also aus

i, einer Menge von Spielern (*players*)

ii, einer Menge von Zuständen (*states*)

und für jeden Spieler

i, einer Menge von Aktionen (*actions*)

ii, einer Menge von Signalen (*signals*) und aus einer Signal-Funktion (*signal-function*)

iii, einer Wahrscheinlichkeitsdistribution über der Zustandsmenge (*belief*)

iv, einer Nutzen-Funktion (Bernoulli-Payoff) über den Paaren (a, ω).

Beispiel 2.1 (Kampf der Geschlechter) *Versuchen wir nun das Spiel* Kampf der Geschlechter *in diese Definition zu packen.*

Players *Der Mann und die Frau.*

States *Die Menge der Zustände* $meet, avoid$.

Actions *Die Menge der Aktionen* P, T.

Signale *Der Mann vernimmt ein Signal $s \in \mathbb{R}$, seine Signal-Funktion entspricht $\tau_1(meet) = \tau_1(avoid) = s$. Die Frau hingegen erhält zwei Signale $m, v \in \mathbb{R}$ mit $m \neq v$. Ihre Signal-Funktion erfüllt $\tau_2(meet) = m$ und $\tau_2(avoid) = v$.*

Beliefs *Der Mann ordnet jedem Zustand die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ zu, nachdem er das Signal s erhalten hat. Die Frau ist hingegen perfekt informiert und nachdem sie das Signal m vernommen hat, ordnet sie dem Zustand* meet *die Wahrscheinlichkeit 1 zu. Falls sie v vernommen hat ordnet sie dem Zustand* avoid *die Wahrscheinlichkeit 1 zu.*

Payoffs *Die Payoffs findet man in 1.1 und 1.2.*

Definition 2.1 (Bayesian Game) *Ein* Bayesian Game *kann durch das Tupel $\Gamma^b = (N, (C_i)_{i\in N}, \Omega, (p_i)_{i\in N}, (u_i)_{i\in N}, (\tau_i)_{i\in N})$ dargestellt werden. Hierbei repräsentieren N die Menge der teilnehmenden Spieler, $(C_i)_{i\in N}$ die Aktionen der teilnehmenden Spieler, Ω die Menge der Zustände, $(p_i)_{i\in N}$ die Wahrscheinlichkeitsfunktion, $(u_i)_{i\in N}$ die Nutzen-Funktion und schlussendlich $(\tau_i)_{i\in N}$ die Signal-Funktion für jeden Spieler.*

2.1 Signal-Funktion

Die Signal-Funktion $\tau_i(\omega)$ gibt Aufschluss darüber, wie gut ein Spieler informiert ist. Ist ein Spieler also zwischen mehreren Zuständen indifferent, so gibt die Funktion das selbe Signal zurück.

Definition 2.2 (Signal-Funktion) *Sei $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$ und $\tau_i : \Omega \Rightarrow \Re$ mit $i \in N$. Ein Spieler $i \in N$ist genau dann indifferent zwischen zwei Zuständen ω_1 und w_2, wenn $\tau_i(\omega_1) = \tau_i(\omega_2)$.*

Bemerkung 2.1 *Ist τ_i für einen Spieler $i \in N$ injektiv, so gilt der Spieler als* `perfekt informiert`*. Beziehen wir uns auf das Beispiel Kampf der Geschlechter, so ist die Frau perfekt informiert, der Mann aber schwankt zwischen den zwei Zuständen der Frau.*

2.2 Bernoulli Payoffs

Die `Bernoulli-Payoffs` stellen wieder eine Art Generalisierung der normalen Payoffs dar. Während diese lediglich eine Ordnung auf Präferenzen eines Spielers modellieren, sind die Bernoulli-Payoffs viel intuitiver und geben zudem Aufschluss darüber, wie sehr ein Spieler darauf erpicht ist ein gewisses

Endresultat zu erreichen. Dies bedeutet, je höher der Bernoulli Payoff, desto höher ist der Wille des Spielers genau dieses Ergebnis zu erreichen. Zudem gibt es bei den Bayesian Games für jeden Zustand, den ein Spieler annehmen kann eine andere Nutzen-Funktion. Formal lässt sich dies wie folgt darstellen:

Definition 2.3 (Bernoulli-Payoffs) *Sei N die Menge der Spieler und Ω die Zustände der Spieler, so ist die Bernoulli-Payoff-Funktion folgendermaßen definiert.*

$$u_i : C^{|N|} \times \Omega \Rightarrow \mathbb{R}$$

Die Bernoulli-Payoffs sind also Funktionen der Aktionen aller Spieler und des Zustandes des i-ten Spielers.

2.3 vNM-Präferenzen

Mit dem Präfix `vNM`, welcher diesen Präferenzen voransteht, werden deren Erfinder John von Neumann und Morgenstern gewürdigt. Sie haben lediglich die Aufgabe den Nutzen eines Aktionsprofils wiederzugeben. Von Nöten ist hierbei natürlich jene Wahrscheinlichkeitsdistribution, die der Spieler durch seinen Glaubenszustand in das Spiel miteinbringt. Formal lässt sich dieser Sachverhalt wie folgt zu Papier bringen:

Definition 2.4 (vNM-Präferenzen) *Sei $a(j, t_j)$ die Aktion des Spielers j im Zustand t_j. Das Signal stellen wir mit $\tau_j(\omega)$. Zudem sei für jeden Spieler j sein $\hat{a}(\omega) = a(j, \tau_j(\omega)$. Der erwartete Nutzen berechnet sich dann folgendermaßen*

$$\Sigma_{\omega \in \Omega} Pr[\omega \mid t_i] u_i((a_i, \hat{a}(\omega)), \omega)$$

2.4 Intuitive Vorstellung

Hinter all diesen Formalismen steckt prinzipiell nichts anderes, als folgender Sachverhalt, welcher unsere intuitive Vorstellung von Spielen mit unvollständiger Information bekräftigen soll.
Ein Spieler ist sich unsicher bezüglich der Präferenzen seines Gegenspielers oder besitzt keine vollständigen Informationen über das Spiel. Dies stellt an jenen Spieler den Anspruch, dass er sich einen Glaubenzustand (`belief`) bilden muss, der auf empirischen Erhebungen basieren kann. Diese führt dazu, dass er für jeden Spieler Zustände modelliert, zwischen denen er indifferent

ist. Kurz bevor er seine Aktion tätigt, erhält unser Spieler ein Signal von seiner Signalfunktion und tätigt daraufhin seine Aktion, von welcher er glaubt sie könnte ihn seinem Ziel am nächsten bringen.

2.5 Nash Gleichgewicht

Das Nash-Gleichgewicht in strategischen Spielen repräsentierte einen sogenannten *steady state*, also ein Aktionsprofil aus dem kein Spieler mehr entweichen wollte. Wählte aber bei strategischen Spielen jeder Spieler lediglich eine Aktion aus seiner Aktionsmenge, so wählt bei einem Bayesian Game jeder Spieler eine *Aktionsfolge*. Eine Aktion wird für jedes unterschiedliche Signal gewählt, das der Spieler erhalten kann.

Bemerkung 2.2 (Bayes-Nash-Gleichgewicht) *Ein Bayes-Nash-Gleichgewicht entspricht dem eines strategischen Spiels mit vNM-Präferenzen.*

Das Nash-Gleichgewicht eines `Bayesian Games` wird also im Prinzip gleich definiert, wie das eines strategischen Spieles. Ist für das strategische Spiel im ursprünglichen Sinne gegeben, dass für jeden Spieler $i \in N$ $u_i(\hat{a}) \geq u_i(a_i, \hat{a}_{-i})$ für jedes $a_i \in C_i$, so unterliegt das Bayes'sche Game folgenden leichten Änderungen.

Spieler Die Spieler, die man im Bayes'schen Nash-Gleichgewicht zur Rate zieht, sind nun nicht mehr ausschließlich jene, welche in der Menge N vorhanden sind, sondern erstrecken sich nun über die Tupel (i, t_i), wobei $i \in N$ ein Spieler aus der Spielermenge ist und $t_i \in M$ ein Signal der Signal-Funktion bist, wobei $M = \{t_i \in \mathbb{R} \mid \exists \omega \in \Omega : \tau_i(\omega) = t_i\}$, das er empfangen kann.

Aktionen Die Aktionen für jeden Spieler (i, t_i) sind die Aktionen des Spielers i.

Präferenzen Der erwartete Nutzen (Payoff) für jeden Spieler (i, t_i) ist

$$\sum_{w \in \Omega} Pr[\omega \mid t_i] u_i((a_i, \hat{a}_{-i}(\omega)), \omega)$$

.

Im Verlauf dieses Skripts werden wir nun ein Spiel, basierendend auf diesen Definitionen modellieren und das *Bayes-Nash-Gleichgewicht* bestimmen.

Kapitel 3

Beispiel

3.1 Cournot's Duopol Spiel

Das Beispiel, das wir im Folgenden betrachten, hat als *Cournot's Duopol* Einzug in die Literatur gefunden. Stellen wir uns zur Modellierung des Sachverhalts zwei Firmen vor, welche ein Produkt verkaufen, beziehungsweise herstellen wollen. Zur Veranschaulichung wollen wir hier auf die beiden Firmen *Adidas* und *Nike* zurückgreifen, welche im Konkurrenzkampf zwei neue Joggingschuhe auf den Markt bringen wollen.
Die Firma *Nike* ist sich unsicher, wie hoch die Herstellungskosten einer Produkteinheit von *Adidas* ist. Die Frage lautet nun, wie viele Produkteinheiten jede Firma herstellen soll, um einen maximalen Gewinn zu erzielen.

3.2 Modellierung

Bei der Modellierung von Cournot's Duopol Spiel gehen wir äquivalent zum Spiel *Kampf der Geschlechter* vor.

Players *Adidas* und *Nike*.

States $\{L, H\}$ entsprechen den Zuständen der Firma *Adidas*, die entweder kleine Herstellungskosten oder hohe Herstellungskosten hat.

Actions Die Menge der Aktionen ist deren Anzahl an herzustellenden Produkteinheiten aus $\mathbb{N}$. Allerdings werden wir für unsere Berechnungen den Zahlenkörper $\mathbb{R}$ verwenden, weil wir so Konstrukte der Analysis verwenden können.

Signals Die Signale von *Nike* entsprechen $\tau_1(H) = \tau_1(L)$, Nike ist also uninformiert. Die Signale der perfekt informierten Firma *Adidas* hingegen entsprechen $\tau_2(H) \neq \tau_2(L)$.

Beliefs *Nike* ordnet dem Zustand L die Wahrscheinlichkeit θ und $1 - \theta$ dem Zustand H zu. *Adidas* kann je nach Signal die Wahrscheinlichkeit 1 dem Zustand H oder L zuordnen.

Payoffs Die *Bernoulli-Payoffs* sind deren Profite. Wenn das Aktionsprofil (q_1, q_2) entspricht und der Zustand I(entweder L oder L) ist, dann erzielt *Nike* einen Profit von $q_1(P(q_1+q_2)-c)$ und *Adidas* Profit errechnet sich aus $q_2(P(q_1+q_2)-c)$, wenn die Herstellungsanzahl der Firmen q_1 und q_2 sind.

Das Nash-Gleichgewicht ist hier also das Triple (q_1^*, q_L^*, q_H^*), sodass

- q_1^* maximiert den Profit von *Nike*, wenn q_L^* und q_H^* gegeben sind.
- q_L^* maximimiert den Profit des Zustandes L von *Adidas*, q_1^* von *Nike* gegeben.
- q_H^* maximiert den Profit des Zustandes H von *Adidas*, q_1^* von *Nike* gegegeben.

Um das Nash-Gleichgewicht zu finden, müssen wir die `best-response`-Funktion finden. Für *Nike* ist diese wie folgt definiert,

$$b_1(q_L, q_H) = \max_{q_1} [\theta(P(q_1+q_L)-c)q_1 + (1-\theta)(P(q_1+q_H)-c)q_1]$$

. Für den Zustand L von *Nike* errechnet sie sich wie folgt

$$b_L(q_1) = \max_{q_L} [(P(q_1+q_L)-c_L)q_L]$$

, und für H

$$b_H(q_1) = \max_{q_H} [(P(q_1+q_H)-c_H)q_H]$$

.
Das Nash-Gleichgewicht ist also (q_1^*, q_L^*, q_H^*), sodass $q_1^* = b_1(q_L^*, q_H^*)$, $q_L^* = b_L(q_1^*)$ und $q_H^* = b_H(q_1^*)$.

3.3 Berechnung des Nash-Gleichgewichts

Um das Nash-Gleichgewicht berechnen zu können müssen wir jene Punkte finden, in denen sich die *best-response*-Funktionen der zwei beziehungsweise drei Firmen schneiden[2]. Hierzu wollen wir zu erst unsere Abbildungsmenge der natürlichen Zahlen auf den Zahlenkörper $\mathbb{R}$ erweitern, um die Konstrukte der Analysis anwenden zu können.

Definition 3.1 (Inverse-Demand-Funktion) *Die* Inverse-Demand-Funktion *wurde schon in früheren Arbeiten benutzt und ist in [2] nachzulesen.*

$$P(Q) = \alpha - Q$$

Wir leiten also die drei *best-response*-Funktionen partiell ab und setzen diese 0, um jeweils das Maximum zu bekommen.

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\partial}{\partial q_1} b_1(q_L, q_H) &= \frac{\partial}{\partial q_1} q_1\theta\left(P(q_1+q_L)-c\right) + q_1(1-\theta)(P(q_1+q_L)-c) \\
&= \theta\alpha - 2q_1\theta - q_L\theta - c\theta + (1-\theta)\alpha \\
&\ldots\ -2(1-\theta)q_1 - (1-\theta)q_H - (1-\theta)c \qquad (3.1)\\
\Rightarrow \alpha - c &= 2q_1 + \theta q_L + (1-\theta)q_H \qquad (3.2)
\end{aligned}$$

Dasselbe machen wir nun für den Zustand L der Firma *Adidas*.

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\partial}{\partial q_L} b_L(q_1) &= \frac{\partial}{\partial q_L} q_L\left(P(q_1+q_L)-c_L\right) \\
&= \alpha - q_1 - 2q_L - c \qquad (3.3)\\
\Rightarrow \alpha - c = q_1 + 2q_L & \qquad (3.4)
\end{aligned}$$

Und analog dazu erhalten wir $\alpha - c = q_1 + 2q_H$ für den Zustand H von *Adidas*. Diese Ableitungen sind natürlich keine hinreichende Bedingung für Maximas, dazu müssten wir noch die aus Analysis bekannten Bedingungen nachrechnen. Alles, was wir nun tun müssen, ist es ein Gleichungssystem zu lösen.

$$\begin{pmatrix} 2 & \theta & (1-\theta) \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1^* \\ q_L^* \\ q_H^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - c \\ \alpha - c \\ \alpha - c \end{pmatrix}$$

Durch die Lösung dieses Gleichungssystems erhalten wir unser gesuchtes Tripel (q_1^*, q_L^*, q_H^*).

Bemerkung 3.1 *Wie wir bereits in diesem Beispiel sehen, gibt es nicht zu jedem* Bayesian Game *ein Nash-Gleichgewicht. Die hier gesuchten Flächen, die durch die Punkte q_1, q_L und q_H gestützt werden, könnten auch parallel zueinander verlaufen, woraus man die Unlösbarkeit des Gleichungssystems folgern kann.*

Kapitel 4

Paradoxon

Abschließend wollen wir der Frage auf den Grund gehen, ob mehr Information tatsächlich unsere Entscheidungsfindung negativ beeinflusst. Wenn wir dieser Fragestellung etwas näher auf den Grund gehen, werden wir als rational denkende Menschen sicher zur Entscheidung gelangen, dass mehr Information eigentlich zu besseren Entscheidungen führen sollten. Demzufolge sollte ein schlecht informierter Spieler auch schlechtere Entscheidungen treffen.

4.1 Paradoxes Spiel

Um dieser Frage nun auf den Zahn zu fühlen betrachten wir folgendes Spiel zwischen zwei Spielern in 4.1. Sowohl Spieler 1, als auch Spieler 2 sind unin-

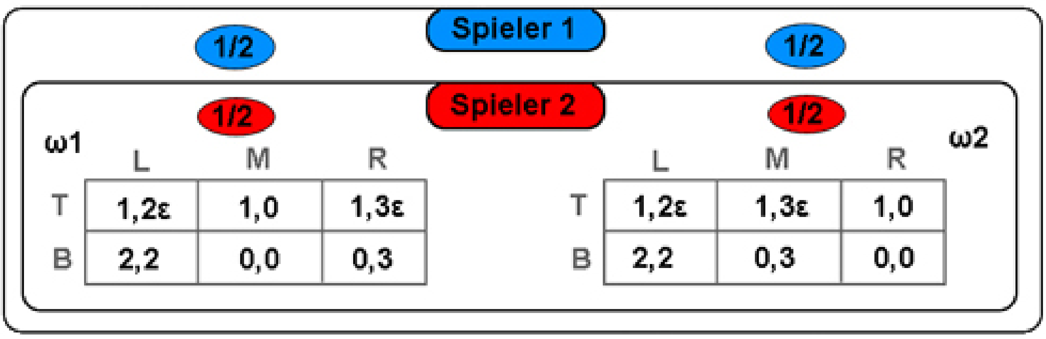

Abbildung 4.1: $\epsilon \in \left]0, \frac{1}{2}\right[$.

formiert und ordnen beide den Zuständen $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$ jeweils $\frac{1}{2}$ zu.
Das *Nash-Gleichgewicht* ist hier (B, L), wie man leicht überprüfen kann. Damit erzielt jeder Spieler den Wert 2 als Nutzen.

Nehmen wir nun an, Spieler 2 sei perfekt informiert, das heißt $\tau_2(omega_2) \neq \tau_2(\omega_2)$.
Hier ist unser *Nash-Gleichgewicht* $(R, (T, M))$ und damit erreicht unser Spie-

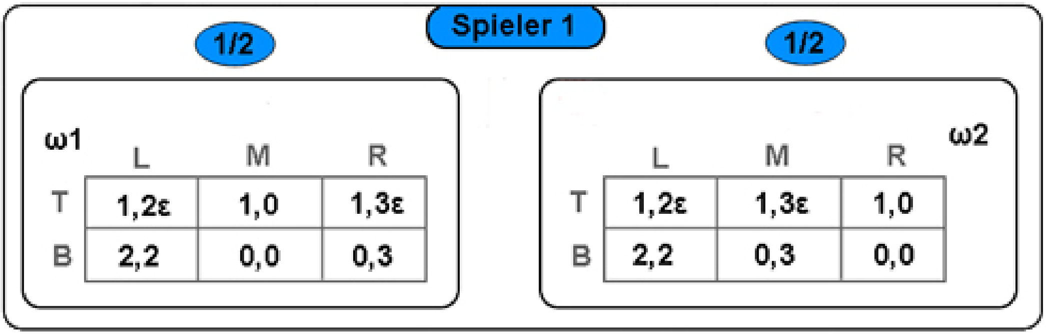

Abbildung 4.2: Spieler 2 ist perfekt informiert.

ler lediglich 3ϵ, was bei $\epsilon \in \left]0, \frac{1}{2}\right[$ kleiner ist als der vorhin erreichte Wert 2.

4.2 Interpretation

Spieler 2 schneidet also, wie bereits gesehen schlechter ab, wenn er informiert ist, was unseren Überlegungen widerspricht. Dies können wir dadurch erklären, dass Spieler 2 seine Aktionen nach den Zuständen ausrichtet, wenn er perfekt informiert ist. Die Aktion R ist nur im Zustand ω_1 gut, während man mit M nur im Zustand ω_2 den maximalen Gewinn erreicht. Die Aktion L stellt im ursprünglich modellierten Spiel mit zwei uninformierten Spielern einen Kompromiss dar und führt insgesamt zu einem besseren Ergebnis.

Literaturverzeichnis

[1] Roger B. Meyerson. *Game Theory: Analysis of Conflict*. Harvard University Press, 2004.

[2] Martin J. Osborne. *An Introduction to Game Theorie*. Oxford University Press, 2004.

[3] Walter Schlee. *Einführung in die Spieltheorie*. Vieweg, 2004.

Anhang A

Matlab Code

Im Folgenden wird noch der im Seminar verwendete Matlab-Code vorgestellt. Verwenden kann man diesen Code sehr einfach: Dazu speichert man die Dateien in einem beliebigen Ordner und setzt in Matlab den Pfad auf denselben. Mit `BayesianGame` startet man das Skript und gibt nacheinander die Werte ein, mit denen man das Beispiel berechnen will.

A.1 BayesianGame.m

```
disp(['Bayesian game!']);
alpha   = input('Insert alpha value: ');
prob    = input('Insert probability: ');
c       = input('Insert cost for firm 1: ');
cl      = input('Insert low cost for firm 2: ');
ch      = input('Insert high cost for firm 2: ');

[X,Y,Z] = BayesianFirm1(alpha, prob, c);

hold on
plot3(X,Y,Z);

[X,Y,Z] = BayesianFirm2Low(alpha, cl);
plot3(Z,Y,X);
[X,Y,Z] = BayesianFirm2High(alpha, ch);
plot3(Z,X,Y);
xlabel('Firm 2 low cost Output');
ylabel('Firm 2 high cost Output');
zlabel('Firm 1 Output');
```

```
title('Bayesian Game');
hold off

A = [2 prob (1-prob); 1 2 0; 1 0 2];
b = [(alpha - c); (alpha - cl); (alpha -ch)];
q = A\b
```

A.2 BayesianFirm1.m

```
function [X,Y,Z] = BayesianFirm1(alpha, prob, c)
% Output of the two firms
[X,Y] = meshgrid(-1:.1:alpha+5);
Z = (1/2)*(alpha - c + prob*(X.^1) + (1-prob)*(Y.^1));
```

A.3 BayesianFirm2Low.m

```
function [X,Y,Z] = BayesianFirm2Low(alpha, cl)
[X,Y] = meshgrid(-1:.1:alpha+5);
Z = (1/2)*(alpha - X.^1 - cl);
```

A.4 BayesianFirm2Low.m

```
function [X,Y,Z] = BayesianFirm2(alpha, ch)
[X,Y] = meshgrid(-1:.1:alpha+5);
Z = (1/2)*(alpha - X.^1 - ch);
```

A.5 Beispielausgabe

Diese Beispielausgabe wurde mit den Werten $\alpha = 50$, $\theta = 0.3$, $c = 12$, $c_L = 6$ und $c_H = 12$ generiert. Das Nash-Gleichgewicht ist $(q_1^*, q_L^*, q_H^*) = (16.2667, 13.8667, 1.8667)$.

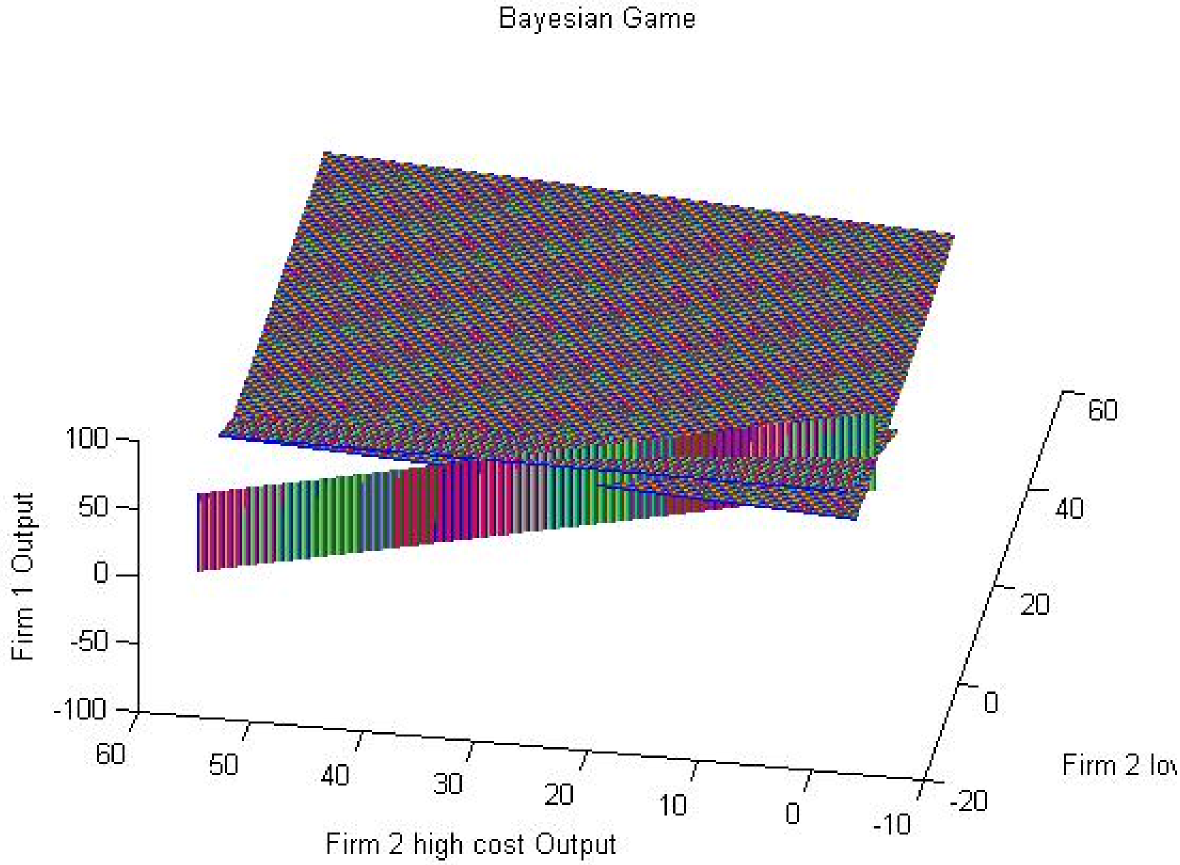

Abbildung A.1: Beispielausgabe