Mathespiele
Grundlagen

Quiz

Quiz

09/2022

Inhalt: Algebraische Strukturen, Determinanten und Eigenwerte, Grenzwerte, Integration, normierte Räume, Skalarprodukte, Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Vektorräume und lineare Abbildungen.

Lernziel: Auf konkrete Fragen präzise und mit geeignetem Fachvokabular zu antworten sowie Gedanken strukturiert wiederzugeben.

Grundlagen 0

Frage

09/2022

Was sind Eigenwerte einer reellen $n \times n$-Matrix? Wie bestimmt man diese?

Grundlagen 1

Frage

09/2022

Sei λ ein Eigenwert einer reellen quadratischen Matrix A. Können Sie zeigen, dass auch $\overline{\lambda}$ ein Eigenwert ist? Was wäre der Eigenvektor zu $\overline{\lambda}$?

Grundlagen 2

Frage

09/2022

Sind die Eigenwerte einer reellen symmetrischen Matrix reell?

Grundlagen 3

Antwort

Für ein reelles Polynom $f \in \mathbb{R}[x]$ gilt dass $f(\overline{x}) = \overline{f(x)}$. Da das charakteristische Polynom χ einer reellen Matrix reell ist, gilt: $\chi(\lambda) = 0 = \overline{0} = \overline{\chi(\lambda)} = \chi(\overline{\lambda})$
Sei x der Eigenvektor zu λ. Da die Matrix reell ist, ist $\overline{A} = A$ und mit $\overline{\lambda}\overline{x} = \overline{\lambda x} = \overline{Ax} = A\overline{x}$ ist $\overline{x}$ der Eigenvektor zu $\overline{\lambda}$.

2

Antwort

Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ die Matrix. Eigenwerte sind die $\lambda \in \mathbb{R}$, für die es ein $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ gibt sodass $Ax = \lambda x$. Man kann diese bestimmen indem man das charakteristische Polynom $\det(A - \lambda I)$ bildet und davon die Nullstellen bestimmt

1

Spielbeschreibung: Es gibt zwei Spieler. Einer stellt eine Frage, die sich auf der Vorderseite eines Kärtchens befindet. Der andere versucht, darauf wie in einer mündlichen Prüfungssituation zu reagieren. Ziel des Spiels ist es, alle Fragen richtig zu beantworten. Die meist eindeutigen Lösungen stehen auf der Rückseite der Karte. Zu Bonusfragen gibt es keine Lösungen auf den Karten.

Feedback, Korrekturen und Ideen bitte an
`philipp.wittmann@tum.de`
oder `maxim.baumgaertel@tum.de`

Antwort

Ja. Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ die Matrix und λ ein Eigenwert zum Eigenvektor x.

$$\overline{\lambda} x^T \overline{x} = x^T \overline{\lambda x} = x^T \overline{Ax} = x^T A \overline{x} = x^T A^T \overline{x} = (Ax)^T \overline{x} = (\lambda x)^T \overline{x} = \lambda x^T \overline{x}$$

$$\overline{\lambda} = \lambda \implies \lambda \in \mathbb{R}.$$

3